

AHMAD THOHIR

MATERI

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN OLIMPIADE MATEMATIKA

MA / SMA



YAYASAN SOSIAL ISLAM FUTUHIYAH

MA FUTUHIYAH

Jl. Raya Jeketro, Komplek Masjid An-Nur Jeketro Gubug Grobogan Telp. (0292) 5335603 Kode Pos 58164

MATERI
CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN
OLIMPIADE MATEMATIKA MA / SMA

DISUSUN OLEH :
AHMAD THOHIR, S. Pd

MA FUTUHIYAH JEKETRO GUBUG
JL. RAYA No. 02 JEKETRO GUBUG GROBOGAN

2013

DAFTAR ISI

- 1. Halaman judul (3)**
- 2. Singkatan (5)**
- 3. Kata Pengantar (6)**
- 4. Daftar Isi (7)**
- 5. Ruang Lingkup Materi (8)**
- 6. Aljabar (11)**
- 7. Teori Bilangan (63)**
- 8. Geometri dan Trigonometri (90)**
- 9. Kombinatorika (128)**
- 10. Contoh Soal dan Pembahasan (142)**
- 11. Daftar Bilangan Prima 1-1000 (249)**
- 12. Daftar Faktor Bilangan Asli 1-1000 Lengkap dengan Faktor prima (250)**
- 13. Daftar Pustaka (261)**

RUANG LINGKUP MATERI OLIMPIADE MATEMATIKA MA/SMA

NO	BAB/POKOK BAHASAN UTAMA	MATERI
1	Aljabar	<ul style="list-style-type: none"> a. Sistem Bilangan Real b. Bilangan Kompleks c. Ketaksamaan d. Nilai Mutlak e. Polinom f. Fungsi g. Barisan , Deret dan Notasi Sigma h. Persamaan dan Sistem Persamaan i. Aritmetika
2	Teori Bilangan	<ul style="list-style-type: none"> a. Sistem bilangan Bulat b. Keterbagian c. FPB(GCD), KPK(LCM), Relatif Prima(Coprim), dan Algoritma Euclid d. Konversi Bilangan dan Kongruensi e. Bilangan Prima f. Faktorisasi Prima g. Persamaan Bilangan Bulat h. Fungsi Tangga dan Ceiling
3	Geometri	<ul style="list-style-type: none"> a. Hubungan Antara Titik dan Garis b. Hubungan Antara Garis dan Garis c. Sudut d. Bangun-Bangun Bidang Datar e. Kesebangunan dan Kekongruenan f. Sifat-Sifat Segitiga : Garis Istimewa g. Dalil Menelaus h. Dalil Ceva i. Dalil Stewart j. Hubungan Lingkaran dengan Titik k. Hubungan Lingkaran dengan Garis l. Hubungan Lingkaran dengan Segitiga m. Hubungan Lingkaran dengan Segiempat n. Hubungan Lingkaran dengan Lingkaran o. Garis-Garis yang Melalui Satu Titik(Konkuren), Titik-Titik yang Segaris p. Trigonometri(Perbandingan, Fungsi, Persamaan dan Identitas) q. Bangun Ruang Sederhana
4	Kombinatorika	<ul style="list-style-type: none"> a. Pinsip Pencacahan b. Permutasi c. Kombinasi

		<ul style="list-style-type: none"> d. Koefisien Binomial e. Peluang f. Prinsip Inklusi-Eksklusi g. Faktor Pembilang h. Pigeonhole Principle(Prinsip Sarang Merpati) i. Rekurensi
--	--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Notasi

\in	: Elemen/unsur dari
\notin	: Bukan elemen/unsur dari
\mathbb{C}	: Bilangan kompleks
\mathbb{N}	: Bilangan Natural(asli) atau bilangan bulat positif
\mathbb{Q}	: Bilangan rasional
\mathbb{R}	: Bilangan real
\mathbb{Z}	: Bilangan bulat
\cap	: Irisan(interseksi)
\cup	: Gabungan(Union)
∞	: Takterhingga(infinity),jumlah tak berakhir
$n!$: n faktorial

A.ALJABAR

1. Sistem Bilangan Real

1.1.Himpunan Bilangan Real(\mathbb{R})

Bilangan real \mathbb{R} , terdiri dari 2 bilangan yaitu bilangan rasional dan irasional

1.1.1.Bilangan Rasional

Bentuk Umum $\mathbb{Q} = \left\{x = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\right\}$

- 0,1,-1,-10,12 dan lain-lain
- Dilambangkan \mathbb{Q}
- Kadang berupa bilangan bentuk pecahan
- Bilangan desimal berbatas/terbatas
- Bilangan desimal berulang

Contoh A.1.

1)Hitunglah $1 + \frac{1}{1} + \frac{2}{\left(\frac{1}{2}\right)} + \frac{3}{\frac{1}{3}}$

Jawab : $1 + \frac{1}{1} + \frac{2}{\left(\frac{1}{2}\right)} + \frac{3}{\frac{1}{3}} = 1 + 1 + 4 + 9 = 15$

Contoh A.2.

1)Tentukan bilangan pecahan dari 0,4444...

Jawab : Misalkan

$x = 0,444 \dots$, maka

$10x = 4,444 \dots$

sehingga

$10x = 4,444 \dots$

$x = 0,444 \dots$

$$9x = 4$$

$$x = \frac{4}{9}$$

2) Tentukan pecahan dari 1,34555...

Jawab : dengan cara yang sama seperti di atas

Misalkan

$$10000x = 13455,555 \dots$$

$$100x = 134,555 \dots$$

$$9900x = 13321$$

$$x = \frac{13321}{9900}$$

1.1.1.1. Bilangan Asli (Natural)

- $N = \{1, 2, 3, \dots\}$
- Dilambangkan N
- Terdiri dari bilangan 3 bilangan utama, yaitu : Bilangan tunggal, bilangan basit (prima) dan bilangan majmuk (komposit)

1.1.1.2. Bilangan Cacah

- $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
- 0 dan Bilangan asli
- Bilangan genap = $\{0, 2, 4, \dots\}$
- Bilangan ganjil = $\{1, 3, 5, \dots\}$

1.1.1.3. Bilangan Bulat (Integer)

- $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$
- Bilangan sli, nol dan lawan dari bilangan asli

Contoh A.3

1) Hitunglah 222×999

Bentuk umum a^p { a adalah bilangan pokok/dasar/basis
 p adalah eksponen/pangkat/derajat

- $a^p = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \dots a}_{p \text{ buah faktor dari } a}$
- $a^p \times a^q = a^{p+q}$
- $a^p \times b^p = (ab)^p$
- $a^p : a^q = a^{p-q}$
- $a^p : b^p = \left(\frac{a}{b}\right)^p = (a:b)^p, b \neq 0$
- $(a^p)^q = a^{pq}$
- $a^{-p} = \frac{1}{a^p}, a^p = \frac{1}{a^{-p}}, a \neq 0$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \left(\frac{b}{a}\right)^{-p}$
- $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$
- $a^1 = a$
- $a^0 = 1, a \neq 0$
- $(a+b)^1 = a+b$
- $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
- $(a+b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$
- $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$
- $(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3ab^2 + 3ac^2 + 3a^2b + 3bc^2 + 3a^2c + 3b^2c + 6abc$
- $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
- $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$ dengan $n \in \text{bilangan ganjil}$
- $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$ dengan $n \in \text{bilangan asli}$
- $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k$ dengan $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$
- $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} + b^{n-1}) - ab(a^{n-2} + b^{n-2})$
- $a^n + a^{-n} = (a+a^{-1})(a^{n-1} + a^{1-n}) - (a^{n-2} + a^{2-n})$
- $a^n + b^n + c^n = p(a^{n-1} + b^{n-1} + c^{n-1}) - q(a^{n-2} + b^{n-2} + c^{n-2}) + r(a^{n-3} + b^{n-3} + c^{n-3})$, dengan $p = a+b+c, q = ab+ac+bc$, dan $r = abc$
- $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$
- $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$
- $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 = (a^3 + b^3)(a+b) - ab(a^2 + b^2)$
- $a^6 + b^6 = (a^2 + b^2)^3 - 3a^2b^2(a^2 + b^2)$
- $a^4 + b^4 + c^4 = (a^2 + b^2 + c^2)^2 - 2(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2)$
- $a^4 + 4b^4 = (a^2 + 2ab + 2b^2)(a^2 - 2ab + 2b^2)$
- $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$
- $a^{f(x)} = 1$, dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$ maka $f(x) = 0$
- $a^{f(x)} = a^p$, dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$ maka $f(x) = p$
- $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$ maka $f(x) = g(x)$